



22077310

**MATEMÁTICAS**  
**NIVEL MEDIO**  
**PRUEBA 2**

Martes 8 de mayo de 2007 (mañana)

1 hora 30 minutos

---

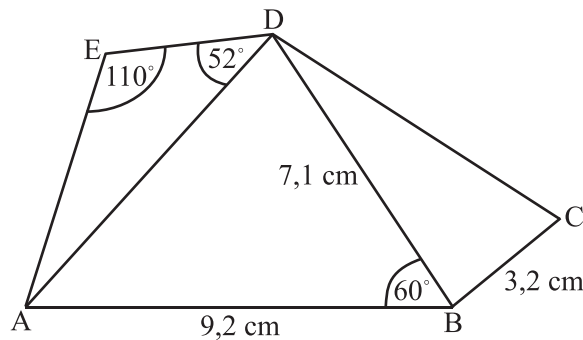
**INSTRUCCIONES PARA LOS ALUMNOS**

- No abra esta prueba hasta que se lo autoricen.
- Conteste todas las preguntas.
- Salvo que se indique lo contrario en la pregunta, todas las respuestas numéricas deberán ser exactas o aproximadas con tres cifras significativas.

Por favor comience cada pregunta en una página nueva. No se otorgará necesariamente la máxima puntuación a una respuesta correcta que no esté acompañada de un procedimiento. Las respuestas deben estar sustentadas en un procedimiento o en explicaciones. En particular, junto a los resultados obtenidos con calculadora de pantalla gráfica, deberá reflejarse por escrito el procedimiento seguido para su obtención; por ejemplo, si se utiliza una gráfica para hallar una solución, se deberá dibujar aproximadamente la misma como parte de la respuesta. Aun cuando una respuesta sea errónea, podrán otorgarse algunos puntos si el método empleado es correcto, siempre que aparezca por escrito. Por lo tanto, se aconseja mostrar todo el procedimiento seguido.

1. [Puntuación máxima: 21]

La siguiente figura muestra el pentágono ABCDE, siendo  $AB = 9,2 \text{ cm}$ ,  $BC = 3,2 \text{ cm}$ ,  $BD = 7,1 \text{ cm}$ ,  $\hat{A}ED = 110^\circ$ ,  $\hat{A}DE = 52^\circ$  y  $\hat{A}BD = 60^\circ$ .



- (a) Halle AD. [4 puntos]
- (b) Halle DE. [4 puntos]
- (c) El área del triángulo BCD es igual a  $5,68 \text{ cm}^2$ . Halle  $\hat{D}BC$ . [4 puntos]
- (d) Halle AC. [4 puntos]
- (e) Halle el área del cuadrilátero ABCD. [5 puntos]

## 2. [Puntuación máxima: 12]

En una fábrica hay 50 cajas. Sus pesos,  $w$  kg, se dividen en 5 clases, tal y como se muestra en la siguiente tabla.

Clase	Peso (kg)	Número de cajas
A	$9,5 \leq w < 18,5$	7
B	$18,5 \leq w < 27,5$	12
C	$27,5 \leq w < 36,5$	13
D	$36,5 \leq w < 45,5$	10
E	$45,5 \leq w < 54,5$	8

- (a) Compruebe que la media estimada del peso de las cajas es igual a 32 kg. [3 puntos]
- (b) En la fábrica hay  $x$  cajas marcadas como ‘Frágil’. Todas ellas pertenecen a la clase E. La media estimada del peso del resto de las cajas de la fábrica es igual a 30 kg. Calcule el valor de  $x$ . [4 puntos]
- (c) Llegan a la fábrica  $y$  cajas nuevas, todas ellas con un peso perteneciente a la clase D. La media estimada del peso de **todas** las cajas que hay ahora en la fábrica es inferior a 33 kg. Halle el valor de  $y$  más grande posible. [5 puntos]

3. [Puntuación máxima: 17]

En esta pregunta, la distancia está en metros y el tiempo en minutos.

Dos aviones están volando, ambos en línea recta.

A las 13:00 horas el primer avión se encuentra en el punto  $(3, 2, 7)$ . Su vector de

posición transcurridos  $t$  minutos viene dado por 
$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 10 \end{pmatrix}.$$

(a) Halle la velocidad de este avión. [2 puntos]

A las 13:00 horas el segundo avión se encuentra en el punto  $(-5, 10, 23)$ .  
Transcurridos dos minutos, se encuentra en el punto  $(3, 16, 39)$ .

(b) Compruebe que su vector de posición transcurridos  $t$  minutos viene dado por

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \\ 8 \end{pmatrix}.$$
 [3 puntos]

(c) Los aviones se encuentran en el punto Q.

(i) ¿A qué hora se encuentran los aviones?

(ii) Halle la posición de Q. [6 puntos]

(d) Halle el ángulo  $\theta$  que hay entre los caminos de los dos aviones. [6 puntos]

## 4. [Puntuación máxima: 16]

Dos restaurantes, *Center* y *New*, ofrecen rollitos de pescado y ensaladas.

Sea  $F$  el suceso un cliente pide un rollito de pescado.

Sea  $S$  el suceso un cliente pide una ensalada.

Sea  $N$  el suceso un cliente no pide ni un rollito de pescado ni una ensalada.

En el restaurante *Center*  $P(F) = 0,31$ ;  $P(S) = 0,62$  y  $P(N) = 0,14$ .

- (a) Compruebe que  $P(F \cap S) = 0,07$ . [3 puntos]
- (b) Sabiendo que un cliente ha pedido una ensalada, halle la probabilidad de que el cliente también haya pedido un rollito de pescado. [3 puntos]
- (c) ¿Son  $F$  y  $S$  sucesos independientes? Justifique su respuesta. [3 puntos]

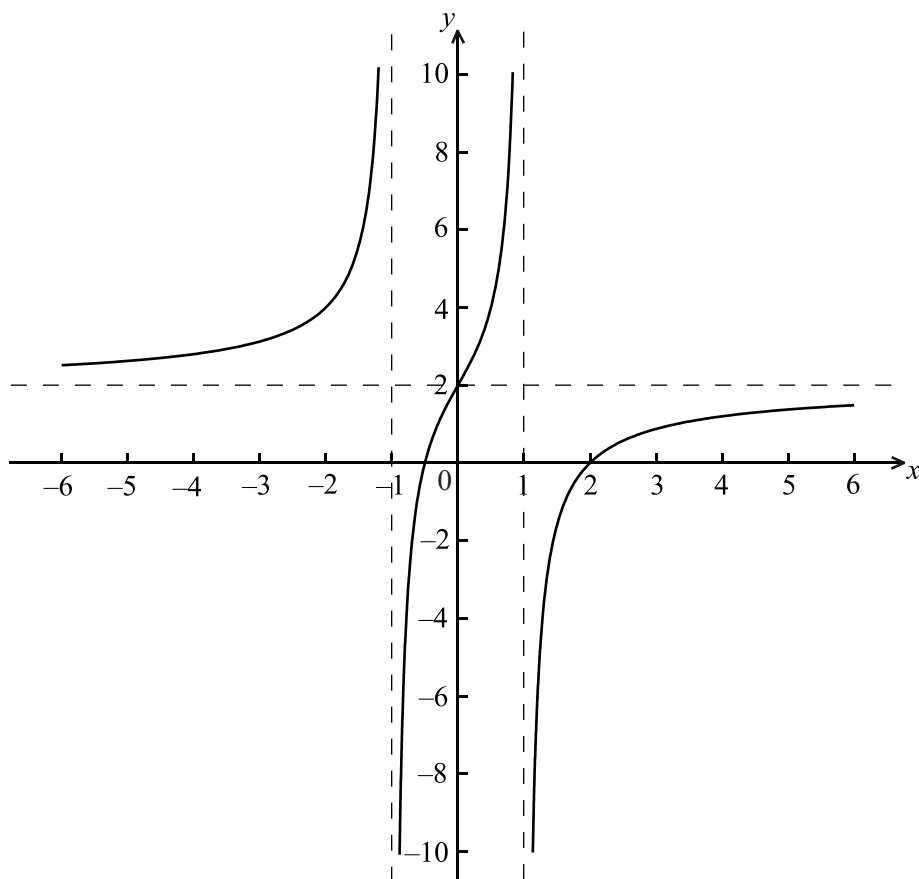
En el restaurante *New*,  $P(N) = 0,14$ . Hay el doble de clientes que piden una ensalada que un rollito de pescado. Pedir un rollito de pescado es **independiente** de pedir una ensalada.

- (d) Halle la probabilidad de que alguien pida un rollito de pescado. [7 puntos]

5. [Puntuación máxima: 24]

Sea  $f(x) = p - \frac{3x}{x^2 - q^2}$ , donde  $p, q \in \mathbb{R}^+$ .

A continuación se muestra una parte de la gráfica de  $f$ , incluyendo las asíntotas.



(a) Las ecuaciones de las asíntotas son, respectivamente,  $x = 1$ ,  $x = -1$ ,  $y = 2$ .  
Escriba el valor de

(i)  $p$ ;

(ii)  $q$ .

[2 puntos]

(b) Sea  $R$  la región delimitada por la gráfica de  $f$ , el eje  $x$  y el eje  $y$ .

(i) Halle la intersección de  $f$  con el semieje  $x$  negativo.

(ii) A partir de lo anterior, halle el volumen resultante cuando se hace girar la región  $R$   $360^\circ$  en torno al eje  $x$ .

[7 puntos]

(Esta pregunta continúa en la siguiente página)

(Pregunta 5: continuación)

(c) (i) Compruebe que  $f'(x) = \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$ .

(ii) A partir de lo anterior, compruebe que la gráfica de  $f$  no tiene ni máximos ni mínimos.

[8 puntos]

(d) Sea  $g(x) = f'(x)$ . Sea  $A$  el área de la región delimitada por la gráfica de  $g$  y por el eje  $x$ , entre  $x = 0$  y  $x = a$ , donde  $a > 0$ . Sabiendo que  $A = 2$ , halle el valor de  $a$ .

[7 puntos]

---